CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009

Filiera tehnologică : profil tehnic

CLASA a XI-a

I.

a)Dacă $a+b+1=0$ calculați $\lim\limits_{n\to\infty}(a\sqrt{n+1}+b\sqrt{n+2}+\sqrt{n+3})$.

b)Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt[3]{\dfrac{2^x+3^x+4^x}{3}})^{\frac{1}{x}}$.

II. Spunem că două matrice A,B$\in M_2(\mathbb{R})$ au proprietatea $(*)$dacă A+B=A$\bullet$B.

a)Justificați că matricele A=$\begin{pmatrix} -4 & 17 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$ si B==$\begin{pmatrix} -6 & -17 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$ au proprietatea $(*)$

b)Să se arate că dacă matricele X,Y$\in M_2(\mathbb{R})$ au proprietatea $(*)$ atunci $X\bullet Y=Y\bullet X$.

III. Fie $M=\left\{A\in M_3(\mathbb{R}) \mid A=\begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix}\right\}$ şi matricele B=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$,C = $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 27 \end{pmatrix}$

a)Să se arate că $A^n\in M$,$\forall A\in M$ şi $\forall n\geq 1$

b)Să se arate că dacă $X\in M_3(\mathbb{R})$ şi $B\bullet X=X\bullet B$ atunci $X\in M$.

c)Să se rezolve ecuația $X^3=C$.

IV. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to(0,\infty)$ îndeplinind condițiile $f(x+y)=f(x)\cdot f(y),\forall x,y\in\mathbb{R}$ şi $f(1)=e$.

a) Calculați $f(3)$

b)Demonstrați că $f(x)=e^x,\forall x\in\mathbb{Z}$.

c)În ipoteza că există $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=l\in\mathbb{R}$,determinați valoarea lui l .

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7